

GÖRBÜLT FELÜLETRE SZERKESZTETT CSAVARODÁSMENTES RÚDHÁLÓZATOK

*Hegedus István**

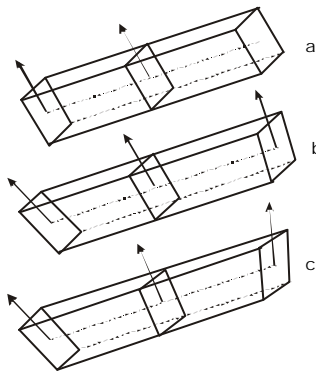
RÖVID KIVONAT

A dolgozat görbült felületre szerkesztett olyan rúdhálózatokat vizsgál, amelyek rúdjainak tengelyvonala és a rúd végpontjaiban fekvő felületi normálisok komplanárisak. Megmutatja, hogy a forgásfelületek meridián- és gyurusíkjaiban fekvő rudakból álló hálózatok ilyenek, továbbá, hogy általános alakú felületre is szerkeszthető ilyen tulajdonságú hálózat. A továbbiakban a dolgozat a csavarodásmentes hálózatok és a fogörbületes hálózat kapcsolatát mutatja be.

1. BEVEZETÉS

A görbült felületekre szerkesztett rácsok hálózatának szerkezeti szemszögből történő optimalizálása kapcsán vetődött fel a következő probléma [1].

A hálózat szomszédos rácspontjait összekötő rácscrudak általában egyenes tengelyű prizmatikus rudak (1. ábra). Ezek keresztmetszeti főtengelyeit kézenfekvően a felületnek a rudak végpontjaiban fekvő csomópontok helyén értelmezett felületi normálisok iránya határozza meg. Ahhoz, hogy egy rúd két végpontjának helyén fekvő normálisok ugyanazt a keresztmetszeti főtengelyt határozzák meg, nem kell a normálisoknak párhuzamosoknak lenniük, (a) szükséges viszont, hogy a két végponti normális és a rúdvégeket összekötő egyenes közös síkban fekjüdjék (b). Ellenkező esetben (c) az összekötő rúdnak csavarodása van, ami sok szerkesztési hátránnyal jár.



1. ábra. Csavarodásmentes (a,b) és csavarodó rudak

* okl. mérnök, a musz. tud. doktora, egyetemi tanár, BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

Görbült felületek tetszőlegesen kiválasztott P és Q pontjához tartozó \mathbf{n}_P és \mathbf{n}_Q normálisoktól nem várhatjuk el, hogy a két pontot összekötő egyenes \mathbf{r}_{PQ} vektorával közös síkban fekjüdjenek, de nem zárhatjuk ki, hogy bármely P ponthoz találhatunk olyan $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_i$ felületi pontokat, amelyek \mathbf{n}_Q felületi normálisai eleget tesznek az \mathbf{n}_P -vel való komplanaritás

$$(\mathbf{n}_P \mathbf{n}_Q \mathbf{r}_{PQ}) = 0$$

feltételének. Azokat a rudakat, amelyek ilyen tulajdonságú felületi pontokat kötnek össze, *csavarodás-mentes rudaknak*, azokat a rúdhálózatokat, amelyeket csavarodás-mentes rúdszakaszok alkotnak, *csavarodás-mentes rúdhálózatoknak* fogjuk nevezni.

Tuzzük ki feladatul ilyen hálózatok a keresését.

2. FORGÁSFELÜLETEK CSAVARODÁSMENTES RÚDHÁLÓZATAI

A forgásfelületek egyik legfontosabb jellemzője, hogy a felület fogöbületi irányai minden pontban a meridián- és a gyuruirány. Ebből következően a forgásfelületek fogöbületi vonalai a meridiánok és a gyuruirányú paralelkörök. Mind a meridiánok, mind a paralelkörök síkgörbék.

A meridián vonalak húrjai és a meridiánhoz tartozó felületi normálisok szintén benne fekszenek a meridián és a forgástengely által kijelölt síkban, emiatt *azok a rudak, amelyek végpontjai közös meridiánon fekszenek, szükségszerűen csavarodás-mentes rudak.*

Az azonos paralelkörön fekvő pontok felületi normálisai a forgástengelyen fekvő közös pontban metszik egymást. Ebből az következik, hogy *azok a rudak, amelyek végpontjai közös paralelkörön fekszenek, szintén csavarodás-mentes rudak.* Említésre méltó különbség azonban a közös meridiánon és a közös paralelkörön fekvő végpontú csavarodás-mentes rudak közt, hogy a közös meridiánon fekvő rudak keresztmetszeti foirányait a meridián síkjában, ill. arra meroleges irányban jelölik ki a felületi normálisok, viszont a közös paralelkörön fekvő végpontú csavarodás-mentes rudak keresztmetszeti foirányai nem a paralelkör síkjában, ill. e síkra merolegesen fekszenek.

Azok a felületi normális-párok, amelyek felületi pontjait nem kötik össze meridián- vagy gyuruirányú fogöbületi vonalak, általában nem metszik el egymást. A forgásfelületre szerkeszthető csavarodás-mentes rúdhálózatokat ezért a meridián vonalak és a paralelkörök húrjaiként felvett tengelyű rudakból álló rúdsorok alkotják. Mivel egy-egy csomóponton csak két ilyen rúdsor vezethető át, a forgásfelületen nem alakítható ki csavarodás-mentes háromszöghálózat. Ez alól kivétel a gömbfelület és a sík, amelyek minden felületi iránya fogöbületi iránynak tekinthető.

3. A PROBLÉMA MEGFOGALMAZÁSA ÁLTALÁNOS FELÜLETALAKRA

Fogalmazzuk meg a P és Q végpontú rúd elcsavarodás-mentességének feltételét tetszőleges $z(x,y)$ alakú felületen. Legyen a végpontok helyzetvektora

$$\mathbf{r}_P = [x_P, y_P, z(x_P, y_P)] \quad \text{és} \quad \mathbf{r}_Q = [x_Q, y_Q, z(x_Q, y_Q)],$$

jelöljük a z felületfüggvény x , ill. y szerinti parciális deriváltjait p -vel, ill. q -val.

A felületi normálisok vektorai a végpontokban:

$$\mathbf{n}_P = [-p(x_P, y_P), -q(x_P, y_P), 1] \quad \text{és} \quad \mathbf{n}_Q = [-p(x_Q, y_Q), -q(x_Q, y_Q), 1].$$

A PQ rúd csavarodás-mentes, ha az

$$\mathbf{r}_{PQ} = \mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_P$$

vektor és az \mathbf{n}_P , \mathbf{n}_Q normálvektorok közös síkban fekszenek. A komplanaritás feltétele a három vektorból alkotott hármasszorzat eltűnése:

$$\mathbf{r}_{PQ} \mathbf{n}_P \mathbf{n}_Q = \begin{vmatrix} (x_Q - x_P) & (y_Q - y_P) & (z_Q - z_P) \\ -p_P & -q_P & 1 \\ -p_Q & -q_Q & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

ahol a P és Q indexek z , p és q helyettesítési értékeire utalnak.

A hármasszorzat eredménye egy skaláris szám, amelynek abszolút értéke a szorzatot alkotó három vektor által kifeszített paralelepipedon V köbtartalma [3].

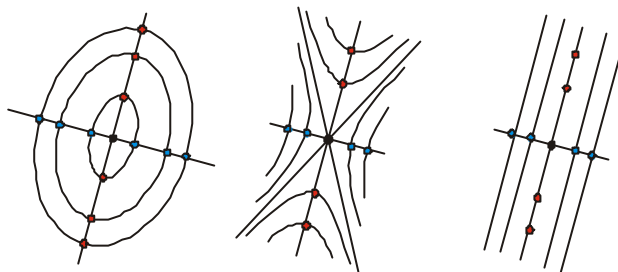
Rögzített x_P , y_P értékek mellett V az x és az y változó $V(x,y)_P$ függvényének tekinthető. A P pontból indítható csavarodás-mentes rudak másik végpontját azokhoz az x , y koordinátákhoz tartozó felületi pontok adhatják, amelyeknél a $V(x,y)_P$ függvény zérus értéket vesz fel.

4. RÖGZÍTETT PONTHOZ TARTOZÓ CSAVARÁSMENTES IRÁNYOK

Vizsgáljuk $V(x,y)_P$ értékének alakulását a felületen tetszőlegesen fölvetett P pont szűkebb és tágabb környezetében. A $V(x,y)_P$ nyilvánvalóan 0, ha $x=x_P$ és $y=y_P$, mert a determináns első sorának minden eleme 0. Emellett azonban a másik két sor elemei is egyformává válnak, és ez azt mutatja, hogy a P -n áthaladó bármilyen felületi vonal mentén figyeljük V változását, a térfogat értéke P -hez közeledve a P -tól mért távolság elsonél magasabb hatványának sebességével tart zérushoz. Minél közelebb vagyunk tehát a P ponthoz, annál kevésbé alkalmazható a $V(x,y)_P = 0$ feltétel a csavarodás-mentes irányokat kijelölő Q pontok helyének numerikus módszerrel történő meghatározásához.

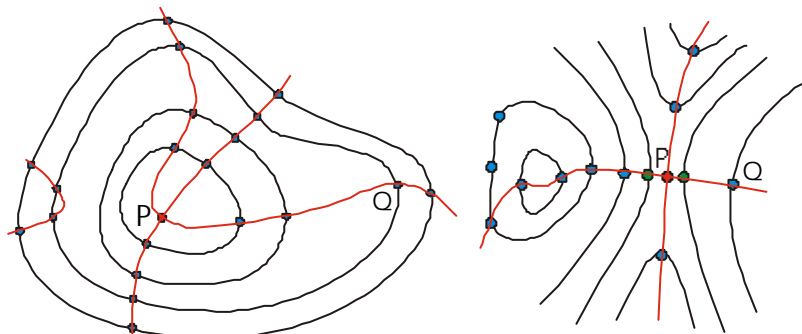
A P -hez tartozó Q pontok megkeresésére jól használható a következő feltétel is: *a felület P pontjához tartozó érintősíkkal párhuzamos S síkmetszeteiken azok a Q pontok jelölnék ki csavarodás-mentes irányokat, amelyekhez a P pontnak az S síkon lévo P' vetületéből a metszégörbére meroleges sugár húzható.* Ha ugyanis ez a feltétel fennáll, akkor a Q pontban a síkmetszet görbéjéhez húzott t_Q érintő nemcsak a $P'Q$ egyenesre meroleges, hanem az n_P -vel párhuzamos PP' és az r_{PQ} -val párhuzamos PQ egyenesre is, ugyanakkor benne fekszik a felület Q pontjához tartozó érintősíkjaiban, ezért meroleges az n_Q normálisra is. Az n_P és az n_Q egyenese a t_Q -ra meroleges PQ egyenes két végpontjában fekvő, t_Q -ra szintén meroleges egyenes, n_P és n_Q ezért szükségszerűen komplanáris vektorok.

E feltétel alapján a P pont kicsiny környezetében fekvő Q pontokat annál pontosabban fölvehetjük, minél közelebb vagyunk a P ponthoz, ha felhasználjuk az érintősík kicsiny eltolásával adódó síkmetszeteik és a Dupin-féle indikátrix hasonlóságát [2].



2. ábra: Elliptikus, hiperbolikus és parabolikus felület "közeli" síkmetszetei

Az érintősíkhöz közeli síkmetszeteik a Dupin-féle indikátrixnak megfelelően elliptikus felületeken ellipszisek, hiperbolikus felületen hiperbolák, parabolikus felületen párhuzamos vonalak. A 2. ábra minden felületi pont-típusnál azt mutatja, hogy a síkmetszeteik csavarodás-mentes irányokat kijelölő pontjai a P ponthoz tartozó fogöbületi irányokban sorakoznak. *A P pont kis környezetében tehát általános alakú felület esetén is a fogöbületi vonalak jelölik ki a csavarodás-mentes rudak irányát.* Minél távolabb vesszük azonban föl P ponttól a metszetsíkot, a metszete görbe alakja annál erősebben eltérhet a Dupin-féle indikátrix alakjától, ezért ezt a megállapítást nem tekinthetjük az egész felületre érvényesnek.



3. ábra: Csavarodásmentes irányt kijelölő pontok "távoli" síkmetszeteiken

Egyszerű felületalakoknál remélni lehet, hogy a P pontban merolegesen metsző felületi görbék meghosszabbításával adódó négy görbe-ágra az összes olyan pont felfuzható, amelyhez a P pontból csavarodás-mentes vonal húzható, de a 3. ábra azt mutatja, hogy ezt általános esetben nem várhatjuk el, mert a szintvonalakon a P pontból induló négy görbeág metszését adó négy ponton kívül esetleg további pontok is találhatóak, amelyek csavarodás-mentes irányokat jelölnek ki.

A 3. ábra egy további kérdést is fölvet: ha a P pontból a Q pontba olyan felületi görbén tudunk eljutni, amelynek minden pontja az \mathbf{n}_P normálissal komplanáris normálisú, vajon a Q pontból az \mathbf{n}_Q normálissal komplanáris normálisú pontok által kijelölt úton haladva el tudunk-e jutni P pontba, és ha igen, ez az út megegyezik-e az elozóval? Ennek a kérdésnek az ad különös jelentőséget, hogy ha a válasz igen, akkor a két pontot összekötő felületi vonalnak nemcsak a P , hanem a Q pontban is, sőt, (mivel a Q pont a görbe tetszőleges helyén fölvehető,) a görbe *minden* pontjában fogörbületi irányban kell futnia.

5. KÖZÖS FOGÖRBÜLETI VONALON FEKVO FELÜLETI NORMÁLISOK

Vizsgáljuk meg, hogy minden felület fogörbületi vonalai rendelkeznek-e azzal a forgásfelületeknél megfigyelt sajátsággal, hogy a közös fogörbületi vonalon fekvő pontpárok normálisai komplanárisak.

A normálisok összemetsződéséhez nem elengedhetetlenül szükséges az, hogy a felület fogörbületi vonalai síkgörbék legyenek, mert az is elképzelhető, hogy a térgörbe alakú fogörbületi vonalakhoz tartozó felületi normálisok olyan a síktól különböző vonalfelületet alkotnak, amelyen a metszéspontok a vonalfelület görbülsége ellenére kialakulhatnak.

A fogörbületi vonalak és a felületi normális által alkotott vonalfelület vizsgálatához vezessük be a fogörbületi vonalak evolutáit. A felületek fogörbületi vonalai általában térgörbék, ennek ellenére lehetőség van a síkgörbék és evolutáik közötti kapcsolat lényeges jellemzőjét mutató evoluta bevezetésére az alábbiak szerint.

A síkgeometriában egy g görbe e_g evolutáját a g görbe simulóköreinek középpontjai jelölik ki [3]. A g görbét az e_g görbe evolvensének vagy involutájának nevezzük. Az evoluta definíciója alapján g és e_g pontjai közt az alábbi kapcsolatok mutathatók meg:

- folyamatosan változó görbületű g görbe P pontjából a görbe itteni érintőjére merolegesen indított egyenes az e_g görbe érintője, P távolsága az R_P érintési ponttól a g görbe P -beli görbületi sugarával egyenlő,

- folyamatosan változó görbületű g görbe P és Q pontja közt bekövetkező irányváltozása azonos az e_g görbe R_P és R_Q pontjai közti irányváltozással,

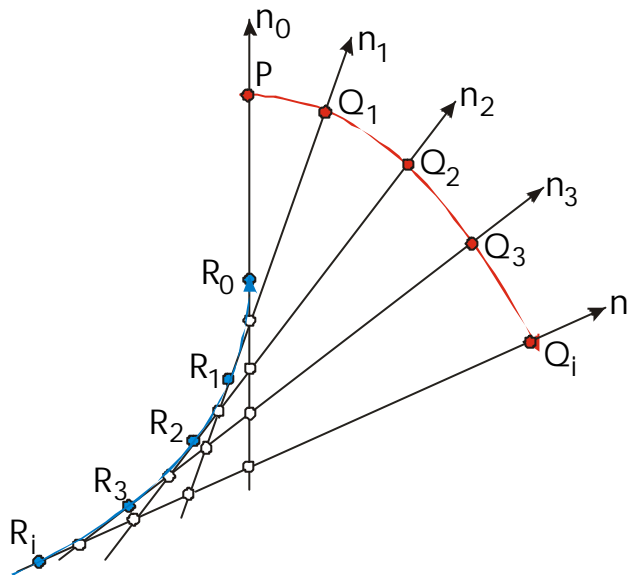
- a g görbe görbületi sugarának a görbe P és Q pontjai közt bekövetkező változása azonos az e_g görbe R_P és R_Q pontjai közti ívhosszal.

A g görbét szemléletesen úgy származtathatjuk e_g görbéből, hogy e_g -hez egy nyújthatatlan fonalat feszítünk, amelynek végét g kezdőpontjához illesztjük, majd a fonalat folyamatosan feszesen tartva lefejtjük e_g -rol. A g görbét a fonal végpontjának pályagörbéje jelöli ki.

A g síkgörbe egyértelműen meghatározza az e_g evolútát, viszont e_g nem egyetlen g evolvenszt határoz meg, hanem egy parallel görbe sereget.

A görbe és evolútája közti kapcsolat térbeli általánosításának első lépésében abba a problémába ütközünk, hogy a görbe pontjaiban végtelen sok a görbére meroleges térbeli irány értelmezhető. A kapcsolat az alábbi kiegészítő feltételekkel mégis egyértelművé tehető.

Tekintsük egy g fogöbületi vonal P pontjához tartozó R_P evoluta-pontnak azt a pontot, amely a felület \mathbf{n}_P normálisának vonalán fekszik, az \mathbf{n}_P és a görbe \mathbf{t}_P érintője és által kijelölt síkmetszet P -beli görbületi sugarának távolságában. Ez a sík általában nem rektifikáló síkja g -nek, mert az \mathbf{n}_P felületi normális nem a görbe fonormálisa, (ezért a PR_P távolság sem azonos g görbe P -beli görbületi sugarával,) de ki van tüntetve azáltal, hogy a g görbéhez rendelt felületi normális $d\mathbf{n}/ds$ sebességvektorának a P pontban csak ebbe a síkba eső komponense van. Ebből az következik, hogy a görbületi középpontok által kijelölt e_g vonal az R_P pontban ugyanehhez a síkhoz simul, és a görbe itteni érintője \mathbf{n}_P egyenese. Az e_g vonal R_0 -tól R_1 -ig, R_2 -ig, ..., R_i -ig mért ívhossza ezért ugyanúgy a fogöbületi sugár hosszának P -tól Q_1 -ig, Q_2 -ig, ..., Q_i -ig bekövetkező változásával egyenlő, mint a síkgörbék evolútája esetén, ezért a fogöbületi vonal ugyanúgy lefejthető e_g -rol, mint egy síkgörbe az evolvensérol.



4. ábra: Fogöbületi vonal felületi normálisai és evolútája

A g fogöbületi vonal pontjaihoz tartozó normálisok olyan vonalfelületet jelölnek ki, amely tartalmazza a g görbe e_g evolútáját is. Az e_g evoluta ennek a felületnek olyan felületi vonala, amelyet a g görbe összes felületi normálisa érint.

Egy folytonos térgörbe érintői síkba fejthető felületet jelölnek ki a térben [4]. Mivel a fogöbületi vonaloz tartozó felületi normálisok által kijelölt vonalfelületet - mintegy "visszamenőleg" - úgy is származtathatjuk, hogy azt az e_g folytonos térgörbe érintői jelölik ki a térben, ez a vonalfelület is síkba fejthető. *Egy tetszőleges felület g fogöbületi vonalai és a fogöbületi vonal pontjaihoz tartozó felületi normálisok tehát mindig síkba fejthető vonalfelületet jelölnek ki.*

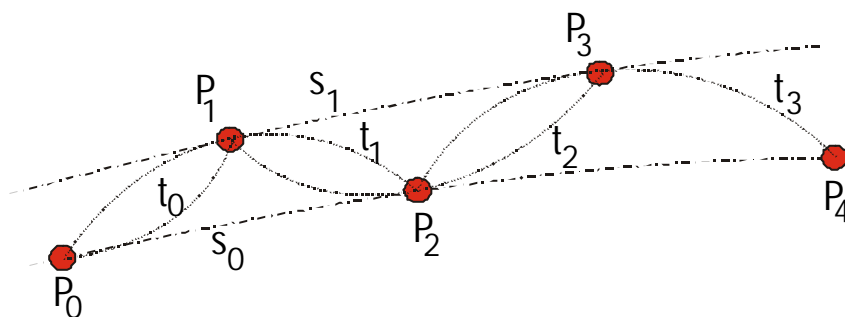
A síkba fejthetőség azt jelenti, hogy a g és az e_g görbét az összetartozó pontjaikat összekötő normálisokkal együtt tartalmazó felületet a metszésszögek és a vonalhosszak megváltoztatása nélkül síkba tudjuk teríteni. A síkba terítés eredményeként adódó e_g' és g' síkgörbék is egymás evolútája és evolvensé lesznek.

A fenti ábra úgy is tekinthető, mintha a síkba terített ábrát szemlélnénk. A térbeli és a síkba terített ábra közötti hasonlóság azonban félrevezető! Az ábrán fehér körökkel jelölt pontok ugyanis csak a síkba terített evoluta és evolvensé esetén valódi metszéspontok! A térgörbe érintői ugyanis nem *egy*, hanem *két* vonalfelületet jelölnek ki, amelyek az evoluta vonalában egymáshoz simulnak, és az ábrán metsződést mutató egyenes szakaszok egyike az *egyik*, másika a *másik* vonalfelületen fekszik. Térgörbe alakú fogörbületi vonalak esetén tehát nem metszik egymást a görbe különböző pontjaihoz tartozó felületi normálisok.

Az összemetsződés egyébként ellentétben állna a vonalfelület síkba fejthetőségével is: a síkba fejthető felületek parabolikus felületek, és görbülettel bíró parabolikus felületen egynél több aszimptotikus vonalsereg nem létezhet, márpedig a feltételezett összemetszésekhez egynél több vonalsereg szükséges [4].

A fogörbületi trajektóriarendszer tehát általános esetben nem rendelkezik a vizsgálat kiinduló feltételezésében feltett tulajdonsággal, ezért nem alkalmas arra, hogy a segítségével a felületen elcsavarodásmentes hálózatot jelöljünk ki. Ez a vizsgálat egyszersmind választ ad az előző szakasz végén fölteszt kérdésre is: *általános esetben a P-ből a Q-ba vezető vonal nem esik egybe a Q-ból a P-be vezető vonallal. A felületen tehát nem létezik olyan végtelen sűrű trajektória-rendszer, amelynek egymástól véges távolságban fekvő, összemetsző vonalai csavarodás-mentes hálózatot alkotnának.*

Mégsem teljesen haszontalan a fogörbületi hálózat ismerete, mert ha egy tetszőleges felületi pontból olyan vonalakat indítunk, amelyek azokat a pontok sorakoznak, amelyeket a kezdőponttal elcsavarodásmentes rudakkal köthetünk össze, ezeknek a vonalaknak a kezdőponthoz közeli szakaszai a fogörbületi vonalakhoz simulnak. Ez lehetőséget ad arra, hogy a felületen a fogörbületi vonalakat többé-kevésbé követő elcsavarodásmentes hálózati vonalakat jelöljünk ki.



5. ábra: A fogörbületi vonalat követő elcsavarodásmentes rúdsor

Jelölje t_0 a P_0 felületi pontból indítható elcsavarodásmentes vonalakat kijelölő egyik felületi görbét, (5. ábra) amelyen a P_1 felületi pontot jelöljük ki, jelölje továbbá t_1 a hasonló szerepű, P_1 pontból indított görbét. A t_0 görbe a P_0 pontban párhuzamos a P_0 ponton áthaladó egyik, s_0 -lal jelölt fogörbületi vonallal, de elobb-utóbb letér errol, és a P_1 ponton áthaladó, s_0 -lal "párhuzamos" s_1 fogörbületi vonalat is elmettszi. A t_1 görbe

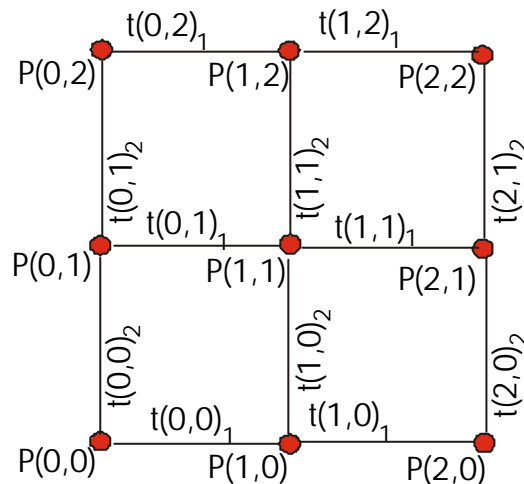
átmegy a P_0 ponton, és mivel a P_1 pontban érintője s_1 fogöbületi vonalnak, a P_0 -lal átellenes irányban meghosszabbított szakasza sem lép ki az s_0 és az s_1 vonalakkal határolt sávon, ha a P_2 pontot s_0 és t_1 másik metszéspontjában jelöljük ki. Ezt az eljárást folytatva olyan elcsavarodásmentes rúdsort jelölhetünk ki, amelyek csomópontjai felváltva az egymás közelében futó s_0 és s_1 fogöbületi vonalakon fekszenek.

6. CSAVARODÁSMENTES FELÜLETI HÁLÓZAT SZERKESZTÉSE

Az ismertett vizsgálat elméleti eredményei szerint csavarodás-mentes hálózat csak konkrétan kijelölt kezdoponthoz szerkeszthető, a következő kötöttségek figyelembevételével.

Az elcsavarodásmentes hálózat csomópontjaiba általában négy rúd csatlakoztatható, oly módon, hogy a hálózat topológiailag egy négyzetrácsal ekvivalens. A hálózat csomópontjait célszerű a négyzetrács sorainak és oszlopainak megfelelő sorszámokkal azonosítani.

A hálózat megszerkesztéséhez egy kezdopontot kell fölvennünk. Jelölje ezt a $P(0,0)$ pont. A hálózat fejlesztése vagy úgy végezhető, hogy ezt a pontot sarokpontnak tekintjük, - ebben az esetben minden csomópont sorszáma pozitív, - vagy úgy, hogy $P(0,0)$ -t belső hálózati pontnak tekintjük, - ebben az esetben pozitív és negatív sorszámokat is használunk. A hálózat alaprajzi kötöttségei miatt mindkét változatnak lehetnek elonyei. Az egyszerűség kedvéért a továbbiakban tekintsük a kezdopontot sarokpontnak.



6. ábra: Hálózat fejlesztése a sarokpontból indítva

A $P(1,0)$ és a $P(0,1)$ pontokat a $P(0,0)$ pontból indított $t(0,0)_1$ és $t(0,0)_2$ vonalakon a kezdoponttól tetszőleges távolságban vehetjük fel (6.ábra). $P(1,1)$ helyét viszont meghatározza a $P(0,1)$ -ből és a $P(1,0)$ -ből indított $t(0,1)_1$ és $t(1,0)_2$ vonalak metszéspontja.

Ha a hálózatot a peremek mentén fejlesztjük tovább, $P(2,0)$ -t a $P(1,0)$ -ból a $P(0,0)$ -lal átellenes irányban indított $t(1,0)_1$ vonalon, $P(0,1)$ -től önkényesen felvett távolságban jelölhetjük ki, ugyanígy a $P(0,1)$ -től önkényesen felvett távolságban

jelölhető ki a $t(0,1)_2$ vonalon a $P(0,2)$ pont. A $P(0,2)$ és a $P(1,1)$ pontból indított $t(0,2)_1$ és $t(1,1)_2$ vonalak metszodése jelöli ki a $P(1,2)$ pontot, ugyanígy a $P(2,0)$ és a $P(1,1)$ pontból indított $t(2,0)_2$ és $t(1,1)_1$ vonalak összemetszodése a $P(2,1)$ pontot. A $P(1,2)$ és a $P(2,1)$ pontok helyzete hasonló módon meghatározza a $P(2,2)$ pontét.

A hálózati pontok természetesen nem alkotnak négyzethálózatot, sőt, a 6. ábrán négyzetként ábrázolt idomok nem is síkidomok.

Az eljárásból látható, hogy egy m sorból és n oszlopból álló pontrendszer pontjainak helyzetét a kezdopont két (felületi vagy alaprajzi) koordinátája, továbbá a perempontok távolságai, összesen tehát $m+n$ adat határozza meg. A kialakuló csavarodásmentes hálózat rúdirányai mindenütt közel állnak a felület fogörbületi vonalainak irányához, de természetesen nem egyeznek meg azokkal, hiszen olyan egyenesekről van szó, amelyek csak a végpontjaikon illeszkednek a felülethez. Az eltérés annál kisebb, minél rövidebbek a rudak, és kézenfekvoen zérushoz tart, ha a rúdhosszakkal a nulla felé tartunk.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

Vizsgálataink összefoglalásaként a következőket állapíthatjuk meg.

Egy görbült felület "lokálisan" elcsavarodásmentes görbeseregét a felület főgörbületi vonalai alkotják, de a fogörbületi vonalak egymástól véges távolságban fekvő pontjaihoz tartozó felületi normálisok csak kivételes esetben - pl. szimmertiasíkban fekvő, vagy forgásfelületen elhelyezkedő fogörbületi vonalak esetén - komplanárisak. Emiatt a felületek fogörbületi trajektóriarendszere is csak kivételes esetben használható a felülethez szerkesztett, csavarodásmentes rudakból álló hálózat felvételére. Tetszoleges (sima) felület tetszoleges pontjához is szerkeszthető azonban olyan, a ponton átmenő felületi vonalpár, amelynek pontjaiban a felületi normálisok a kezdoponthez tartozó felületi normálissal komplanárisak. Ezek a vonalak a kezdopontban a fogörbületi vonalokhoz simulnak, így alkalmazásukkal a fogörbületi trajektóriarendszerrel alaki rokonságot mutató, két rúdseregből összetevődő rúdhálózat szerkeszthető a felülethez, amelynek rúdjai elcsavarodás-mentes rudak.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A dolgozatban ismertetett vizsgálatok részét képzik az MTA Támogatott Kutathelyek Vasbeton Kutatócsoport kutatásainak, ill. a Diszkrét rendszerek szerkezeti topológiája c. FKFP pályázat és a Sátorszerkezetek c. OTKA pályázat keretében végzett vizsgálatoknak. A szerző köszönetét fejezi ki a felsoroltaknak a kutatás technikai feltételeinek megteremtésében nyújtott támogatásukért.

HIVATKOZÁSOK

- [1] Olitscher F.: Szóbeli közlés
- [2] Bölcskei E., Orosz Á.: *Vasbetonszerkezetek. Héjak.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
- [3] Korn, G.A., Korn, T.M.: Matematikai kézikönyv mérnököknek. Muszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [4] Szokefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: *Differenciálgeometria.* Muszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.