

# NYOMOTT VASBETONOSZLOP VIZSGÁLATA A KÚSZÁS FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

Huszár Zsolt\*

## RÖVID KIVONAT

A különösen nyomott vasbetonoszlopok teherbírását kedvezőtlenül befolyásolja a kúszás jelensége. Az oszlop keresztmetszeteiben a tartós terhek hatására működő első- és másodrendű nyomaték a kúszás időfüggvénye szerinti növekvő görbület eredményez. A kúszás okozta görbület növekmény a különpontosság  $e_{sd}$  tervezési értékét növeli, ezért elhanyagolása a biztonságot kedvezőtlenül érinti. Ennek megfelelően az EUROCODE-2 oszlop számításáról szóló fejezetét a közelmúltban módosították, bevezettek egy, a kúszási tényezőtől függő, az  $e_2$  másodrendű különpontosságot növelő faktort. E módosításnak folyamatban van a NAD MSZ ENV-be (a továbbiakban NAD, Nemzeti Alkalmazási Dokumentum) történi átvétele. Jelen cikk tárgya az ebben javasolt algoritmus és a pontosított nyomaték-görbületi módszerrel alapuló eljárással végzett számítások ismertetése és összehasonlítása.

## 1. AZ EUROCODE-2-BEN SZEREPLŐ JAVASLAT

Az EC-2 2001. októberi módosítása [1] épületek esetén (nem építmény!) a nyomott oszlop másodrendű igénybevételeinek számítására a következő megoldásokat javasolja:

- általános, másodrendű elméleten alapuló nemlineáris vizsgálat,
- másodrendű számítás, helyettesítő merevséggel,
- a görbület becslésén alapuló eljárás.

A gyakorlati számítás céljára leginkább a "c" jelu módszer terjedt el és az EC-2 is első sorban ezt ajánlja a különálló, hossza mentén állandó normálerovel terhelt, jól meghatározott  $\ell_0$  kihajlási hosszú oszlop vizsgálatára, mely e cikknek is tárgya.

Lényegében ezt a görbület becslésén alapuló módszert tartalmazta az EC-2 korábbi változata is, de a kúszás figyelembevétele nélkül. A módosított előírás röviden az alábbi módon foglalható össze:

A hajlítónyomaték értéke az  $a$ -a befogási keresztmetszetben (3. ábra):

$$M_{sd} = M_{0sd} + M_2 \quad (1)$$

ahol:  $M_{0sd}$  az elsőrendű nyomaték, mely a kezdeti különpontosság és az alakhiba következménye;  $M_2$  a névleges másodrendű nyomaték.

---

\* okl. építőmérnök, okl. mérnök-matematikai szakmérnök, dr. techn., tudományos munkatárs, MTA-BME Vasbeton Kutatócsoport

Az  $M_{0sd}$  elsőrendű nyomaték – az EC eredeti [2] előírásai szerint – befogott konzol esetén a kezdeti  $e_0$  külpontosságból és az alakhibából:

$$M_{0sd} = N_{sd}(e_0 + e_a) \quad \text{ahol:} \quad e_a = \frac{1}{200} \frac{\ell_0}{2} = \frac{\ell}{200} \quad (2)$$

$\ell_0 = 2\ell$  az oszlop kihajlási- és  $\ell$  a tényleges hossza,  $N_{sd}$  a normálero tervezési értéke.

Az  $M_2$  másodrendű nyomaték az alábbi összefüggésből számítható:

$$M_2 = N_{sd}e_2 \quad (3)$$

ahol:  $e_2$  a tetoponti eltolódás, mely a kihajlott alakra vonatkozó  $y = e_2 \sin(\pi x / \ell_0)$  ill. a befogásnál  $y'' = 1/r = e_2 (\pi / \ell_0)^2$  összefüggésekből:

$$e_2 = \frac{1}{r} \frac{\ell_0^2}{c} \quad (4)$$

A fenti összefüggésben  $c = 10$  ( $\approx p^2$ );

$\frac{1}{r}$  esetünkben a befogási keresztmetszet görbülete. Ezt a görbületet az

$$\frac{1}{r} = K_r K_f \frac{1}{r_0} \quad (5)$$

összefüggésből számíthatjuk, ahol:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{e_{yd}}{0.45d} \quad \text{az acél } e_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \text{ folyási nyúlása alapján becsült görbület;}$$

$K_r = \frac{N_{ud} - N_{sd}}{N_{ud} - N_{bal}}$  a normálerotól függő módosító tényező, kis külpontosság esetén, ahol  $N_{ud}$  az oszlopkeresztmetszet teherbírási vonalának 1-es, az  $N_{bal}$  a 2-es pontjához tartozó normálero.

$K_f$  a kúszás figyelembevételére szolgáló növelő tényező a

$$K_f = 1 + b f_{eff} \quad (6)$$

összefüggésből számítható, ahol:

$F_{eff}$  a tartós teherhányad szerinti effektív kúszási tényező;

$b = 0.35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{l}{150}$ , melyben  $f_{ck}$  a beton karakterisztikus nyomószilárdsága;

$l$  a karcsúsági tényező.

A NAD-MSZ ENV a fenti algoritmust oly módon implementálja, hogy a tartós teherhányadot  $1/2$ -nek, és ezzel az effektív kúszási tényezőt  $F_{eff} = 1$ -nek veszi fel, továbbá a  $b$  második két tagját elhanyagolja. Így minden esetben  $K_f = 1.35$ .

## 2. A NYOMATÉK-GÖRBÜLET ÖSSZEFÜGGÉSEN ALAPULÓ MÓDSZER

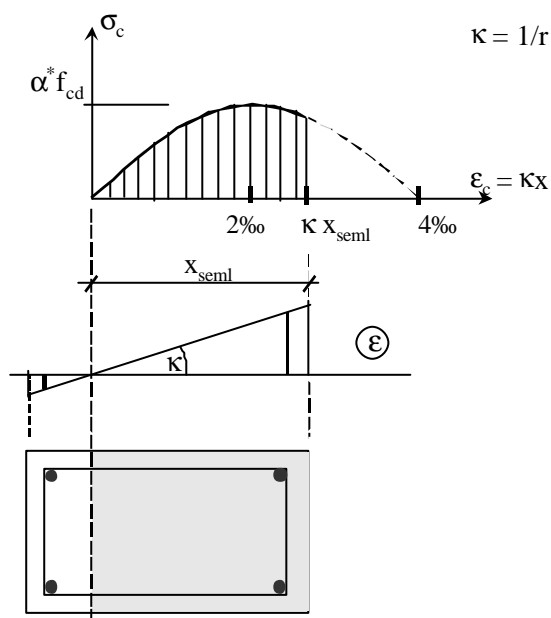
Az oszlop nyomaték-görbület összefüggésen alapuló, pontosított vizsgálatához a keresztmetszetek adott normálerőhöz tartozó nyomaték-görbület kapcsolatát használjuk fel. A függvénykapcsolat előállításához növekvő  $k_i$  görbületeket veszünk fel. A  $k_i$  értékekhez az anyagtörvényből és a normális irányú vetületi egyensúlyból az

$$N_{sd} = N(k_i, x_i) \quad (7)$$

egyenlet segítségével meghatározzuk a semleges tengely  $x_i$  helyzetét. Az összetartozó  $k_i$  és  $x_i$  birtokában az anyagtörvény felhasználásával az

$$M_{sd} = M[k_i, x_i(k_i, N_{sd})] \quad (8)$$

összefüggésből számítjuk az adott normálerőhöz és görbülethez tartozó, belső nyomatékot. A számításokhoz anyagtörvényként az ismert Collins-féle  $s$ - $e$  diagrammot [3] használjuk, mely a beton viselkedését az EC szerinti téglalap alakú diagrammnál pontosabban írja le (1. ábra).



1. ábra. Beton nyomófeszültségek az oszlopban Collins-féle anyagtörvénnyel.

A beton kúszását az EUROCODE-hoz hasonlóan a lineáris kúszási elmélet szerint, az

$$E_{eff} = \frac{1}{1 + \mathbf{f}_{eff}} \quad \text{ahol:} \quad \mathbf{f}_{eff} = \mathbf{f} \frac{M_g}{M_{tot}} \quad (9)$$

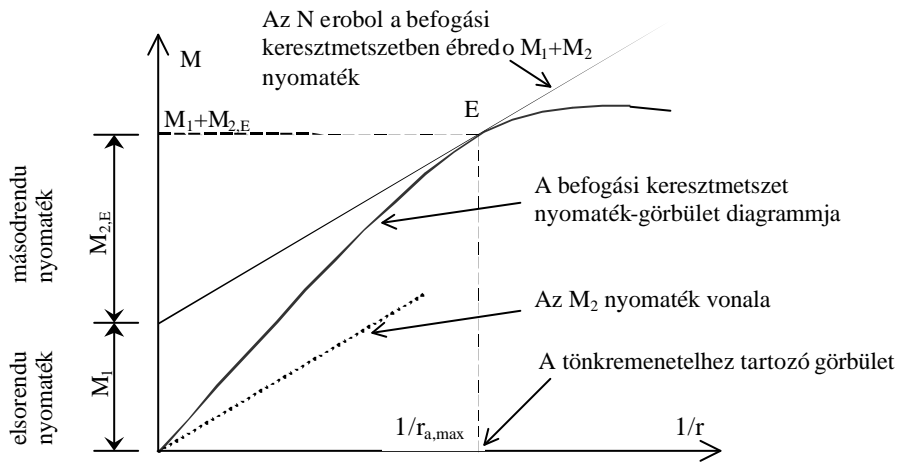
effektív rugalmassági modulussal vettük figyelembe, mely a Collins-féle görbe (1. ábra) egy  $\mathbf{e}$  tengely irányú nyújtásának felel meg. A (9) összefüggésben a  $M_g/M_{tot}$  hányados a tartós teherhányadnak felel meg, melyet a NAD-dal azonos módon  $1/2$ -re vettük fel. Az 1. ábrában a görbe tetopontját meghatározó  $\alpha^*$  tényezőt ugyancsak az összehasonlíthatóság érdekében úgy állítottuk be, hogy a téglalap alakú  $\mathbf{s}-\mathbf{e}$  görbével és a Collins-féle anyagtörvénnel kapható teherbírási vonalak eltérése minimális legyen.

Határállapotban az oszlop kihajlási alakját az EC-ben szereplő modellel összhangban negyed szinuszhullámként tételezzük fel. A tetoponti eltolódás és a befogási keresztmetszet görbületének kapcsolatát az alábbi három egyenlet fejezi ki:

$$e_f = \frac{1}{r_a} \left( \frac{\ell_0}{\mathbf{p}} \right)^2 \quad M_a = N e_f \quad M_a = M \left( \frac{1}{r_a}, N \right) \quad (10)$$

ahol:  $1/r_a$  a befogási keresztmetszet görbületa,  $e_f$  az oszlop tetoponti eltolódása,  $M_a$  a befogási keresztmetszet nyomatéki igénybevétele.

A számítás célszerűen nem az adott hosszúságú oszlop maximális terhelhetőségének keresésével, hanem az adott normálerőhöz tartozó – stabilitásvesztés határhelyzetét eloidézo – oszlophossz kiszámításával végezhető el. A stabilitásvesztés határhelyzetében az  $M_1+M_2$  egyenese a nyomaték-görbület diagrammot éppen csak érinti, azaz egyedül az E pont képvisel (nem stabil) egyensúlyi helyzetet (2. ábra).



2. ábra. Adott  $N$  normálerőhöz tartozó nyomaték-görbület diagramm az oszlop befogási keresztmetszetében.

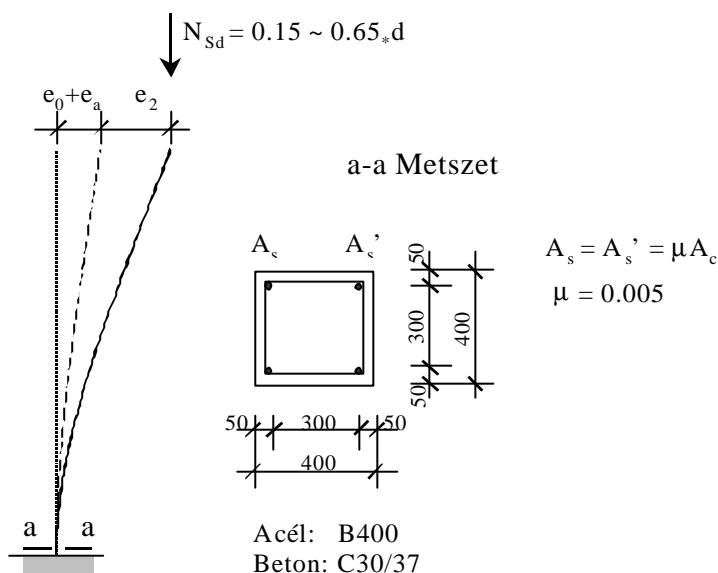
A feladat megoldása a fenti nyomaték-görbület diagrammon egy olyan  $E$  érintési pont megkeresését jelenti, ahol az ábra szerinti  $M_1(\ell)$  és  $M_2(\ell)$  nyomatékokhoz azonos  $\ell$  hossz tartozik a (11) összefüggések alapján.

$$M_1(\ell) = N \left( e_0 + \frac{\ell}{200} \right) \quad M_2(\ell) = N \frac{1}{r_{a,\max}} \left( \frac{2\ell}{P} \right)^2 \quad (11)$$

Az oszlophosszak iterációs számításához MATLAB programot készítettem.

### 3. ÖSSZEHAONLÍTÓ VIZSGÁLATOK

Az elozo két fejezetben ismertetett vizsgálatot a 3. ábrán látható oszlopon végeztem el. A kezdeti  $e_0$  külpontosság értéke zérus volt.

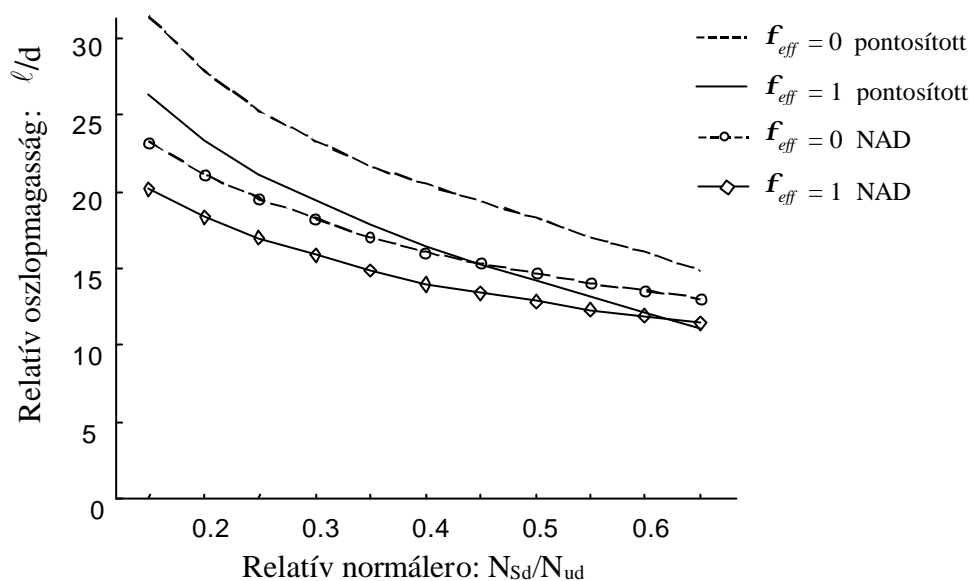


3. ábra. A vizsgált oszlop változó normálerovel.

Ennek során összehasonlítottam az elozo fejezetben ismertetett nyomaték-görbület kapcsolaton alapuló módszert, az EUROCODE-2 eredeti, valamint a legújabb módosítása szerinti számításból kapott eredményekkel. A fenti esetekre a normálero függvényében kapott maximális – a stabilitási határállapotot adó – oszlophosszakat a dimenzióatlanított 4. ábra tünteti fel. A görbék alapján megállapítható, hogy

- Kis normálero esetén a pontosított számítás számottevoen magasabb oszlopot enged meg, mint az EC. Ennek oka az, hogy az EC kis normálerokre a görbületet némileg túlbecsüli.
- A normálero növelésével a kimutatható teherbírasi többlet csökken, azaz az EC szerinti görbe “meredeksége” kisebb, mivel a becsült  $1/r_0 = e_{yd} / 0.45d$  másodrendu görbületet a  $K_r$  tényező gyorsan lecsökkenti.

- A kúszás ( $f_{eff} = 1$ ) figyelembevétele mellett a pontosított számítás szerinti teherbírási többlet valamivel kisebb.



4. ábra. Relatív oszlophosszak a normálero függvényében

Az EC-vel ill. a NAD-dal kapcsolatban egy további észrevétel is tehető. Az a nyomaték, melyből az  $e_0$  külpontosság származik, ugyancsak okoz görbületet. Az [1] szerinti számításban nem szerepel ezen nyomaték okozta kúszás. Ennek figyelembevétele is indokolt lenne. Az EC betonhidakra vonatkozó [4] előírásában található erre vonatkozó összefüggés.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ez a cikk a Támogatott Kutatóhelyek Irodájához tartozó Vasbeton Kutatócsoportban folyó kutatómunka keretében készült, melyhez a T-032055 nyilvántartási számú OTKA is támogatást nyújtott.

## HIVATKOZÁSOK

- [1] Draft prEN 1992-1-1 Design of Concrete Structures, General Rules and Rules for Buildings (Final Draft) 2001 október
- [2] NAD MSZ-ENV 1992-1-1 Betonszerkezetek tervezése. Általános és az épületekre vonatkozó szabályok.
- [3] M. P. Collins: Prestressed Concrete Structures (A Post-Graduate Course at the University of Canterbury). 1983.
- [4] ENV 1992-2 Design of Concrete Structures, Concrete Bridges